

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+4}{4x+5} \right)^{-8x} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+5-1}{4x+5} \right)^{-8x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{4x+5} \right)^{-8x} = \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{-(4x+5)} \right)^{-8x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{-(4x+5)} \right)^{-(4x+5)} \right)^{\frac{1}{-(4x+5)} \cdot (-8x)} = \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{-(4x+5)} \right)^{-(4x+5)} \right)^{\frac{-8x}{-(4x+5)}} = \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{-(4x+5)} \right)^{-(4x+5)} \right)^{\frac{8x}{4x+5}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{-(4x+5)} \right)^{-(4x+5)} \right)^{\frac{8}{4+\frac{5}{x}}} =
\end{aligned}$$

Учитывая, что согласно второму замечательному пределу

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{-(4x+5)} \right)^{-(4x+5)} = e^{-1}, \text{ а } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

получаем окончательный ответ

$$= e^{\frac{8}{4}} = e^2.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin(6x)}{\operatorname{tg}(2x) \cdot (e^{5x} - 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot (6x)}{(2x) \cdot (5x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{2 \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

В решении использовано то, что бесконечно малые, являющиеся сомножителями числителя или знаменателя можно заменять на эквивалентные при $x \rightarrow 0$:

$$\sin(6x) \sim 6x, \operatorname{tg}(2x) \sim 2x, e^{5x} - 1 \sim 5x$$